

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 10-01-00642).

ЛИТЕРАТУРА

1. Асеев В. В., Тетенев А. В., Максимова А. П. *Обобщенная метрика Помпейю в проблеме изометрии гиперпространств* // Матем. заметки. – 2005. – Т. 78. – Вып. 2. – С. 163–170.

А. В. Канатов

*Нижегородский национальный исследовательский
университет им. Н.И. Лобачевского,
ale.ikanatov@yandex.ru*

КОНСТРУИРОВАНИЕ МИНИМИЗИРУЮЩЕЙ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ В НЕЛИНЕЙНОЙ ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ ЗАДАЧЕ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ НА ОСНОВЕ ТЕОРИИ ДВОЙСТВЕННОСТИ

Доклад посвящен конструированию минимизирующей последовательности на основе идеологии метода двойственной регуляризации [1] в нелинейной параметрической задаче математического программирования общего вида в гильбертовом пространстве

$$f(z) \rightarrow \inf, \quad g(z) = p, \quad h(z) \leq r, \quad z \in D \subset Z, \quad (1)$$

где $f : D \rightarrow R^1$ – непрерывный функционал, $g : D \rightarrow H$ – вполне непрерывный оператор, $h : D \rightarrow R^m$ – непрерывный векторный функционал, $D \subset Z$ – замкнутое ограниченное множество, $p \in H$ и $r \in R^m$ – параметры, Z и H – гильбертовы пространства.

В основе рассматриваемого двойственного формализма лежит конструкция модифицированной функции Лагранжа (МФЛ), устройство которой полностью определяется дифференциальными свойствами полунепрерывной снизу функции значений (S -функции) $\beta : H \times R^m \rightarrow R^1 \cup \{+\infty\}$ задачи (1)

$$\beta(p, r) \equiv \lim_{\varepsilon \rightarrow +0} \beta_\varepsilon(p, r), \quad \beta_\varepsilon(p, r) = \begin{cases} \inf_{z \in D_{p,r}^\varepsilon} f(z), & D_{p,r}^\varepsilon \neq \emptyset; \\ +\infty, & D_{p,r}^\varepsilon = \emptyset. \end{cases}$$

Здесь $D_{p,r}^\varepsilon \equiv \{z \in D : \|g(z) - p\| \leq \varepsilon, h(z) - r \leq \varepsilon\}$, $\varepsilon > 0$.

Показано, что если функция значений обладает определенными дифференциальными свойствами в точке (p, r) (обобщенная субдифференцируемость в смысле непустоты проксимального субградиента, см., например, [2]), то в задаче (1) существует так называемый обобщенный вектор Куна – Таккера, что, в свою очередь, влечёт за собой наличие седловой точки у соответствующей модифицированной функции Лагранжа. Центральным при этом является предположение о возможности сколь угодно точной минимизации модифицированной функции Лагранжа. Это предположение в совокупности с обобщенной субдифференцируемостью функции значений конструктивно приводит к построению минимизирующей последовательности в исходной оптимизационной задаче.

Подчеркнем одновременно, что минимизирующая последовательность в исходной нелинейной задаче “собирается” из субоптимальных точек в задачах “безусловной” минимизации МФЛ при значениях двойственных переменных, выбранных на основе регуляризации по Тихонову процесса максимизации в модифицированной двойственной задаче. Другими словами, основная идея приводимого двойственного формализма заключается в аппроксимации элементов минимизирующей после-

довательности исходной задачи элементами минимизирующих последовательностей ее МФП при значениях двойственных переменных, выбранных указанным образом.

Существенным моментом при построении минимизирующей последовательности и обосновании формализма двойственной регуляризации [1] в задаче (1) является необходимость использования методов современного негладкого анализа. Обсуждаемый формализм двойственной регуляризации в нелинейной задаче (1) можно трактовать как обобщение классического метода множителей Лагранжа для задач конечномерной условной оптимизации [3] на рассматриваемый класс задач бесконечномерной условной оптимизации.

ЛИТЕРАТУРА

1. Sunin M. I. *Parametric dual regularization in a nonlinear mathematical programming*. – Advances in Mathematics Research. – New-York: Nova Science Publishers Inc., 2010. – V. 11. – Chap. 5. – P. 103–134.
2. Loewen P. D. *Optimal control via nonsmooth analysis* // CRM Proc. and Lecture Notes. Amer. Math. Soc., Providence, RI, 1993. – V. 2.
3. Бертсекас Д. *Условная оптимизация и методы множителей Лагранжа*. – М.: Радио и связь, 1987.